Hinweise für Lehrkräfte

Die Angaben zu Hilfsmitteln, Aufgabenauswahl und Gewichtung im Wahlteil sind den folgenden Hinweisen zu entnehmen, die auch die Prüflinge erhalten:

Hinweise zum Wahlteil

Im Wahlteil sind 68 Bewertungseinheiten (BE) von insgesamt 88 BE erreichbar.

Am Ende jeder Teilaufgabe sind die erreichbaren Bewertungseinheiten angegeben.

Auswahl der Aufgaben

- Sie erhalten sechs Aufgaben in drei Blöcken.

Block 1 Analysis (34 BE)	Block 2 Stochastik (17 BE)	Block 3 Lineare Algebra / Analytische Geometrie (17 BE)
Aufgabe 1A	Aufgabe 2A	Aufgabe 3A
Aufgabe 1B	Aufgabe 2B	Aufgabe 3B

- **Wählen Sie aus jedem Block genau eine Aufgabe zur Bearbeitung aus.**

  Andere Kombinationen sind nicht zulässig.

- Auswahlzeit: 30 Minuten
- Bearbeitungszeit: 175 Minuten

Hilfsmittel für den Wahlteil

1. Zeichenmittel
2. eingeführter Taschenrechner vom Typ wie im Kopf der Aufgabe angegeben
3. von der Schule eingeführte gedruckte Formelsammlung

Aufgabe 1A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ___________________

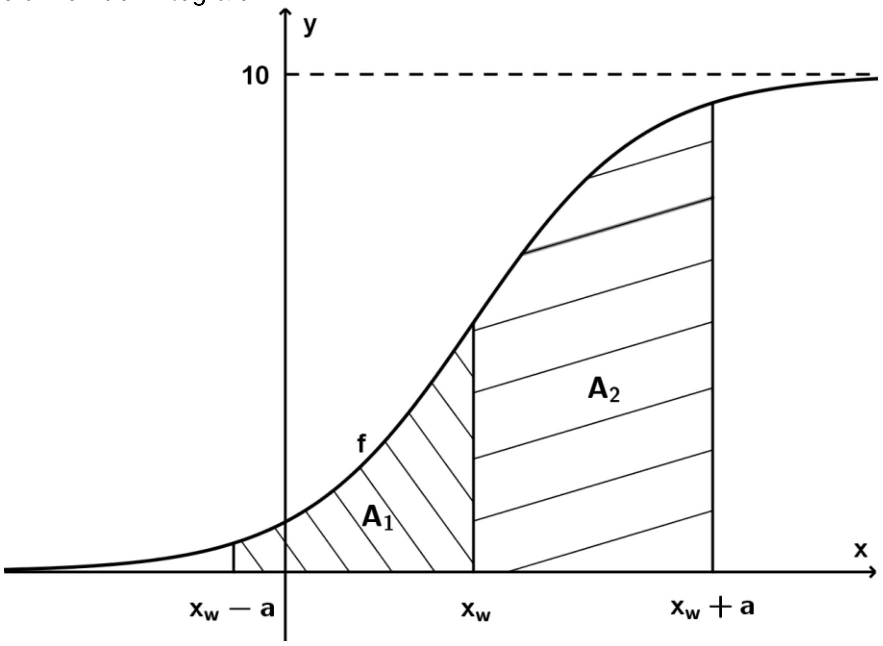
(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
	Die Diskrepanz zwischen den diskreten Werten des Kontextes und der stetigen Modellfunktion kann je nach gewähltem Rundungsverfahren zu abweichenden Ergebnissen und Beurteilungen führen.			
a)	Mit $N(t) = 1 \cdot 10^6 \cdot e^{-0{,}25 \cdot t}$ ergibt sich $N(30) \approx 553$. Nach 30 Minuten sind noch etwa 553 lebende Erreger vorhanden.	I	3	
	Mit dem Ansatz $N(t) < 100$ ergibt sich $t > 36{,}8...$ Nach 37 Minuten befinden sich auf dem Operationsbesteck weniger als 100 lebende Erreger.	I	3	
	Erwartet wird eine Beurteilung, die zu einer schlüssigen Annahme oder Ablehnung des Modells führt.	II	3	
	Mit dem Ansatz $1 \cdot 10^6 \cdot e^{-k \cdot 15} = 0{,}25 \cdot 10^6$ ergibt sich $k \approx 0{,}092$. Mit diesem Wert für k leben auf dem Operationsbesteck nach 15 Minuten noch 25 % der Erreger.	II	3	
b)	Mit $N'(t) = -k \cdot N_0 \cdot e^{-k \cdot t}$ ergibt sich bei einer Verdoppelung von N_0 die Änderungsrate $-k \cdot 2 \cdot N_0 \cdot e^{-k \cdot t} = 2 \cdot N'(t)$. Hieraus folgt die Behauptung.	I / II	4	
	Mit dem Ansatz $N(D) = \frac{1}{10} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-k \cdot D}$ ergibt sich mit $\ln\left(\frac{1}{10}\right) = -k \cdot D$ die Behauptung $D = -\frac{1}{k} \cdot \ln\left(\frac{1}{10}\right)$.	I / II	3	
	$N(30)$ beschreibt die Anzahl der noch lebenden Erreger 30 Minuten nach Beginn des Sterilisationsprozesses. Im Vergleich dazu beschreibt $\int_0^{30} N'(t)\,dt$ die Abnahme der Erregerzahl innerhalb der ersten 30 Minuten des Sterilisationsprozesses. Die Anzahlen unterscheiden sich also um den Anfangsbestand $N(0)$.	I / II	5	

Fortsetzung Aufgabe 1A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: __________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

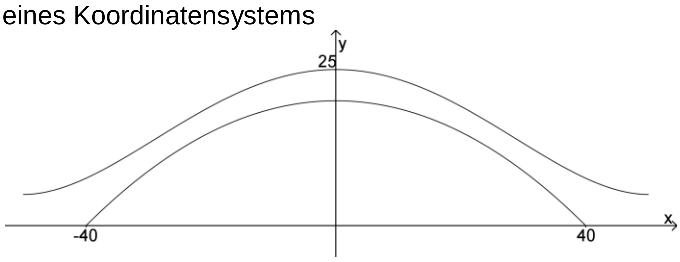
	Erwartete Schülerleistungen	**AFB**	**BE 1**	**BE 2**
c)	Einzeichnen der Integrale  Zum Integral $\int_{x_w-a}^{x_w} f(x)\ dx$ gehört die Fläche A_1, zum Integral $\int_{x_w}^{x_w+a} f(x)\ dx$ die Fläche A_2.	II / III	4	
	Aufgrund der Punktsymmetrie des Graphen von f zum Wendepunkt und der beiden Asymptoten $y = 0$ und $y = 10$ kann die Fläche A_2 durch eine Fläche der Form und Größe von A_1 zu einem von x_w bis $x_w + a$ reichenden Rechteck mit dem Flächeninhalt $10 \cdot a$ ergänzt werden. Aus der Addition der Inhalte der beiden Teilflächen A_1 und A_2 ergibt sich die Behauptung.	II / III	6	
	Summe:		**34**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 1B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	Einzeichnen eines Koordinatensystems  	I	3	
	Mit der maximalen Höhe des unteren Brückenbogens von 20 m und der Spannweite des Brückenbogens zwischen den Stützlagern von 80 m ergibt sich das Verhältnis $\frac{1}{4}$. Das Verhältnis ist damit kleiner als $\frac{1}{3}$.	I	2	
	Die Stelle der steilsten Steigung findet sich an einer Wendestelle der Funktion g. Mit $g''(x)=0$ erhält man $x_{W1}=-28{,}867...$ oder $x_{W2}=28{,}867...$ Da der Graph von g achsensymmetrisch zur y-Achse verläuft, ist der Betrag der Steigung in beiden Wendestellen identisch: $g'(x_{w1})=0{,}615...$ Da $g'(x_{w1})<0{,}65$ ist, überschreitet die Steigung den Wert 65 % nicht.	I / II	6	
	Damit der obere Brückenbogen knickfrei in eine Waagerechte übergeht, muss die Steigung des Graphen von g an der Übergangsstelle null sein. Es ist $g'(-50)=0$. Also ist der betrachtete Übergang knickfrei möglich.	I / II	3	
b)	$A=\int_{-40}^{40}\left(g(x)-f(x)\right)dx=381{,}73...$ Mit $\int_{b}^{40}\left(g(x)-f(x)\right)dx=\frac{1}{3}\cdot A$ ergibt sich $b\approx 13{,}21$. Wenn die Flächenstücke gleich groß sein sollen, dann ist die rechte Unterteilungsstelle bei ungefähr 13,21. Wenn die Flächenstücke gleich breit werden sollen, so ist der Abstand der Unterteilungsstellen untereinander $\frac{80}{3}=26{,}\overline{6}$. Die rechte Unterteilungsstelle ist dann bei $40-26{,}\overline{6}=13{,}\overline{3}$. Der gesuchte Abstand weicht somit um weniger als 1 m voneinander ab.	II	9	

Fortsetzung Aufgabe 1B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
c)	Aus $p_a''(x) = 0$ folgen $x_{W1} = -1$ und $x_{W2} = 1$. Mit $p_a(-1) = p_a(1) = 1 - 5 \cdot a$ erhält man die Wendepunkte: $W_1(-1 \mid 1 - 5 \cdot a)$, $W_2(1 \mid 1 - 5 \cdot a)$. Aus $1 - 5 \cdot a > 0$ folgt $a < \frac{1}{5}$. Für alle $a < \frac{1}{5}$ liegen die Wendepunkte der Schar p_a oberhalb der x-Achse.	II / III	5	
	Der Graph von q ist symmetrisch zur y-Achse, also ist der Graph der Ableitungsfunktion q' punktsymmetrisch zum Ursprung. Die Ableitungsfunktion ist eine Funktion 3. Grades. Deren Graph hat höchstens zwei Extrempunkte. In der Abbildung ist ein Hochpunkt im II. Quadranten dargestellt, also muss der Graph von q' wegen der Punktsymmetrie einen Tiefpunkt im IV. Quadranten haben. Damit hat q' drei Nullstellen mit Vorzeichenwechsel und der Graph von q somit drei Extrempunkte.	II / III	6	
	Summe:		**34**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 2A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ___________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der fehlerhaften Geräte. $P(X=12)=\binom{250}{12}\cdot 0{,}05^{12}\cdot 0{,}95^{238}\approx 0{,}116$ Die Wahrscheinlichkeit für genau 12 fehlerhafte Geräte beträgt ungefähr 11,6 %.	I	2	
	$E(X)=250\cdot 0{,}05=12{,}5$ ist der Erwartungswert von X. Damit liegt die größte Wahrscheinlichkeit bei 12 oder bei 13 fehlerhaften Geräten vor. Da $P(X=13)=\binom{250}{13}\cdot 0{,}05^{13}\cdot 0{,}95^{237}\approx 0{,}112<P(X=12)$ gilt, ist 12 die gesuchte Anzahl.	I	3	
b)	$s=199$ Unter 200 im Werk D hergestellten zufällig ausgewählten Geräten ist höchstens eines fehlerhaft.	I / II	3	
	Die Zufallsgröße Y, die die Anzahl der nicht fehlerhaften Geräte aus Werk C beschreibt, kann als binomialverteilt mit $p=0{,}96$ angenommen werden. Der Stichprobenumfang wird mit n bezeichnet. Es soll $P(Y\geq 500)=\sum_{k=500}^{n}\binom{n}{k}\cdot 0{,}96^{k}\cdot 0{,}04^{n-k}\geq 0{,}9$ gelten. Mithilfe der Rechnerfunktionen ergibt sich $P(Y\geq 500)\approx 0{,}885$ für $n=526$ und $P(Y\geq 500)\approx 0{,}919$ für $n=527$. Es müssen mindestens 527 Geräte ausgewählt werden.	II / III	4	
c)	Der Anteil der fehlerhaften Geräte an allen Geräten beträgt $0{,}1\cdot 0{,}05+0{,}3\cdot 0{,}03+0{,}2\cdot 0{,}04+0{,}4\cdot 0{,}02=0{,}03$.	II	2	
	Der Anteil der fehlerhaften Geräte aus Werk A an allen Geräten beträgt $0{,}1\cdot 0{,}05=0{,}005$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein fehlerhaftes Gerät im Werk A hergestellt wurde, ist $\frac{0{,}005}{0{,}03}=\frac{1}{6}$.	II	3	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 2B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ___________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

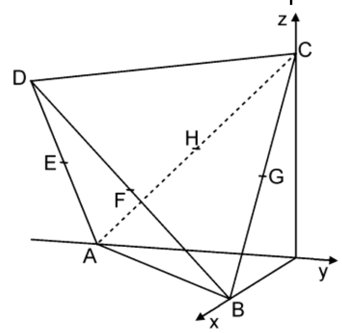
	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	Die Zufallsgröße X kann mit $n = 320$ und $p = 0{,}05$ als binomialverteilt angenommen werden. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau 12 Plätze frei bleiben, ergibt sich zu $P(X = 12) = \binom{320}{12} \cdot 0{,}05^{12} \cdot 0{,}95^{308} \approx 0{,}066$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 10 aber höchstens 16 Plätze frei bleiben, ergibt sich zu $P(10 \le X \le 16) = \sum_{k=10}^{16} \binom{320}{k} \cdot 0{,}05^k \cdot 0{,}95^{320-k} \approx 0{,}526$.	I	5	
b)	Der Term $\binom{368}{30} \cdot 0{,}05^{30} \cdot 0{,}95^{338}$ gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass für die betrachteten Flüge mit 368 verkauften Tickets genau 30 Personen den Flug nicht antreten. Somit müssen mit dieser Wahrscheinlichkeit genau 18 Personen entschädigt werden.	II	3	
	Die zehnte angesprochene Person ist die erste Person, die freiwillig vom Flug zurücktritt. Unter den neun zuvor angesprochenen Personen gab es also keine Person, die freiwillig zurückgetreten ist. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt somit $0{,}85^9 \cdot 0{,}15 \approx 3{,}5\,\%$.	II	4	
c)	Die Zufallsgröße Y beschreibt die Anzahl der Personen, die den Flug antreten möchten. Diese ist binomialverteilt mit $n = 264$ und einem unbekannten Wert für p. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 264 Buchungen und 240 Sitzplätzen eine Person nicht transportiert werden kann, beträgt 12,5 %. Aus dem Ansatz $P(241 \le X \le 264) = \sum_{k=241}^{264} \binom{264}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{264-k} = 0{,}125$ ergibt sich mit dem Rechner $p \approx 0{,}889$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde den Flug antritt, beträgt also ungefähr 88,9 %.	II / III	5	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 3A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	Beschriftung der Punkte in der Abbildung. Da $\overrightarrow{AC}\cdot\vec{n}=0$ und $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0$ gilt, ist $\vec{n}$ ein Normalenvektor der Ebene T.	I	4	
	Eine Gleichung für die Ebene T in Koordinatenform lautet $x-y+z=3$.	I / II	2	
	Mit $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ als Normalenvektor der xy-Ebene ergibt sich $\cos(\alpha)=\frac{\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\lvert\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}\right\rvert\cdot\left\lvert\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\rvert}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. Damit folgt $\alpha\approx 54{,}7°$.	I / II	3	
b)	Einzeichnen der Schnittpunkte 	II	2	
	Als Schnittpunkt der Geraden BC mit der Ebene $z=1{,}5$ erhält man $G(1{,}5\,\vert\,0\,\vert\,1{,}5)$. Analog erhält man $H(0\,\vert\,-1{,}5\,\vert\,1{,}5)$. Das Viereck EFGH ist eine Raute, da $\lvert\overrightarrow{EF}\rvert=\lvert\overrightarrow{FG}\rvert=\lvert\overrightarrow{GH}\rvert=\lvert\overrightarrow{HE}\rvert$ ist. Außerdem gilt $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{FG}=0$. Damit folgt, dass alle Innenwinkel rechte Winkel sein müssen. Somit sind die Schnittpunkte Eckpunkte eines Quadrates.	II / III	6	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 3B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	$\lvert\overrightarrow{CA}\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}-4\\3{,}5\\1\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{29{,}25}$ und $\lvert\overrightarrow{CB}\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}-3\\-4{,}5\\0\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{29{,}25}$. Damit sind die beiden Kanten CA und CB gleich lang.	I	4	
	Mit $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix}-4\\3{,}5\\1\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix}-3\\-4{,}5\\0\end{pmatrix}$ ergibt sich $\cos(\alpha) = \dfrac{\begin{pmatrix}-4\\3{,}5\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\-4{,}5\\0\end{pmatrix}}{\left\lvert\begin{pmatrix}-4\\3{,}5\\1\end{pmatrix}\right\rvert\cdot\left\lvert\begin{pmatrix}-3\\-4{,}5\\0\end{pmatrix}\right\rvert} = -\dfrac{5}{39}$. Damit folgt $\alpha \approx 97{,}4°$.	I / II	3	
	Die Kante AB ist die Basis des gleichschenkligen Dreiecks, der Mittelpunkt $M(1{,}5 \mid 5 \mid 2{,}5)$ der Kante ist der Fußpunkt der zugehörigen Höhe. Für die Länge der Kante AB gilt: $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}1\\-8\\-1\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{66} \approx 8{,}12$. Für die Länge der Höhe zur Kante AB gilt: $\lvert\overrightarrow{CM}\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}-3{,}5\\-0{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{12{,}75} \approx 3{,}57$. Damit hat das Dreieck einen Flächeninhalt von $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{66}\cdot\sqrt{12{,}75} \approx 14{,}50$. Das Sonnensegel hat einen Flächeninhalt von etwa 14,5 m^2.	II	4	
b)	Mit $D(5 \mid 5{,}5 \mid z)$ werden die Kanten DA und DB beschrieben durch $\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix}-4\\3{,}5\\3-z\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix}-3\\-4{,}5\\2-z\end{pmatrix}$. Für einen rechten Winkel im Punkt D muss gelten $\begin{pmatrix}-4\\3{,}5\\3-z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\-4{,}5\\2-z\end{pmatrix} = 0$, also $(-4)\cdot(-3) + 3{,}5\cdot(-4{,}5) + (3-z)\cdot(2-z) = 0$. Die Lösungen sind $z_1 = 0{,}5$ und $z_2 = 4{,}5$. Es gibt einen Befestigungspunkt $D(5 \mid 5{,}5 \mid 0{,}5)$ an der Haltestange, sodass das zugehörige Sonnensegel rechtwinklig ist.	II / III	6	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Zum **Erwartungshorizont**:

Der Erwartungshorizont skizziert mögliche Lösungswege. Je nach gewähltem Lösungsansatz sind häufig auch alternative Bearbeitungen der Aufgabenstellungen denkbar, die bei fachlicher Richtigkeit und angemessener Berücksichtigung der Operatoren mit entsprechenden Bewertungseinheiten zu bewerten sind.
Die rechts stehenden Bewertungseinheiten sind jedoch verbindlich. Bei der Korrektur, Bewertung und Beurteilung sind die Bemerkungen gemäß der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife vom 18.10.2012 (Abschnitt 3.2.1.3 Bewertung der Prüfungsleistung) zu beachten.

Werden mindestens 75 % der Bewertungseinheiten erreicht, so ist davon auszugehen, dass Leistungen in allen drei Anforderungsbereichen erbracht worden sind.
Werden mindestens 45 % der Bewertungseinheiten erreicht, so ist davon auszugehen, dass Leistungen über den Anforderungsbereich I hinaus erbracht worden sind.

Folgender **Bewertungsmaßstab** ist bezogen auf die Gesamtzahl von 88 BE anzuwenden:

Ab Prozent	**95**	**90**	**85**	**80**	**75**	**70**	**65**	**60**	**55**	**50**	**45**	**40**	**33**	**27**	**20**	**00**
Punkte	**15**	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**	**09**	**08**	**07**	**06**	**05**	**04**	**03**	**02**	**01**	**00**

Bezug der Wahlaufgaben zum Kerncurriculum und zu den Bildungsstandards:

Wahl-aufgabe			Leitidee						Allgemeine mathematische Kompetenzen					
			L1	L2	L3	L4	L5		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1A	a		X			X					X	X	X	X
	b			X		X			X	X	X	X	X	X
	c			X		X			X			X		X
1B	a		X		X	X			X	X		X	X	X
	b		X	X		X			X	X		X	X	X
	c		X	X		X			X	X		X	X	X
2A	a			X		X	X		X	X	X			
	b						X		X	X	X		X	X
	c						X				X	X	X	X
2B	a			X			X				X			X
	b			X		X	X		X	X	X		X	X
	c			X			X		X	X	X			
3A	a			X	X				X			X	X	X
	b			X	X				X	X		X	X	X
3B	a		X	X	X				X	X	X	X	X	X
	b		X	X	X				X	X	X	X	X	X